

Konstruktive Raumgeometrie

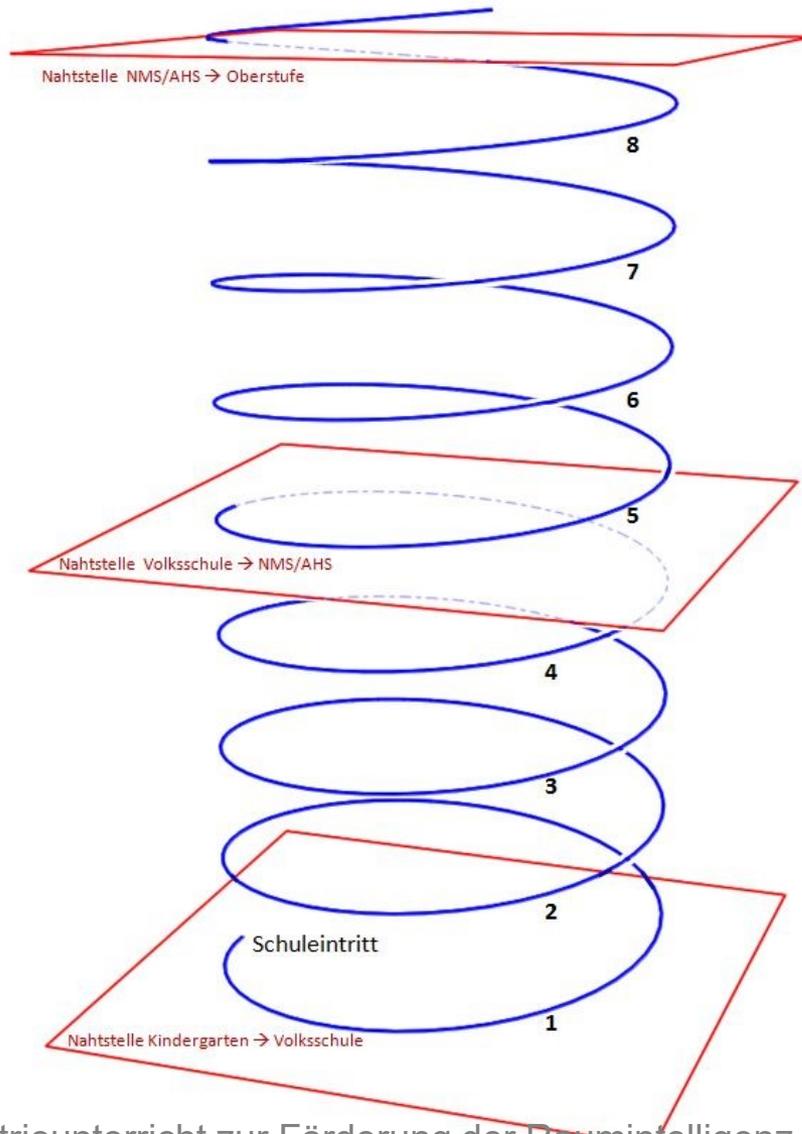
Ein Blick auf traditionelle Konstruktionsaufgaben
eingebettet in die Lernumgebung Würfel

Dr. Thomas Müller, 2019

„Aber das Bild allein macht noch nicht die Geometrie aus, sondern erst die Verknüpfung des Bildes mit logischen Schlussweisen, so dass das Bild letztlich nur als Inspiration fungiert sowie als Kontrolle für unsere Überlegungen.“

www.oemg.ac.at/DK/Didaktikhefte/2014 Band 47/VortragStachel.pdf
H. Stachel, 2014

Spiralprinzip nach BRUNER



Würfelschnitte, allgem. Körper in Würfel berechnen
CAD

Raumdiagonalen, Masse und Dichte

Körper aus Würfel zusammengesetzt

Schrägriss, Würfel als Sonderfall des Quaders, Oberfläche, Volumen

Frank: Flächenmodelle, Netze

Frank: Formen mit Knetmasse, Kartenmodelle

Frank: Kanten, Ecken zählen

Frank: Würfel erkennen, sortieren

Übersicht

Konstruieren in anschaulichen Parallelrissen...

Voraussetzung für Berechnungen in der analytischen Geometrie

Schnittaufgaben (ebene Schnitte von Würfel, Kegel, ...)

Schatten von Objekten und Reflexionen von Strahlen

Konstruieren in zugeordneten Normalrissen ...

Ermittlung wahrer Längen, von Winkeln, wahrer Größen von ebenen Figuren

Schnittpunkte von Geraden und Ebenen

Darstellung von Körpern

Ein besonderes Ziel ...

Förderung der Raumvorstellung (Raumintelligenz) durch das Arbeiten mit Raumobjekten

Raumvorstellung = menschliche Fähigkeit, in der Vorstellung räumlich zu sehen und zu denken

Raumvorstellung als Intelligenzfaktor

z.B. Intelligenzmodell nach Louis THURSTONE, 1930er

Sieben Primärfaktoren

Zahlenrechnen (numbers)

Sprachverständnis (verbal comprehension)

Raumvorstellung (space)

Gedächtnis (memory)

Schlussfolgerndes Denken (reasoning)

Wortflüssigkeit (word fluency)

Auffassungsgeschwindigkeit (perceptual speed)

Raumvorstellung als Intelligenzfaktor

z.B. Intelligenzmodell nach Louis THURSTONE, 1930er

Sieben Primärfaktoren

Zahlenrechnen (numbers)

Sprachverständnis (verbal comprehension)

Raumvorstellung (space)

Gedächtnis (memory)

Schlussfolg

Wortflüssig

Auffassungs

Vierfaktorenmodell >>> www.geometry.at/adi

Raumvorstellung - die vier Faktoren

ADi

FAKTOR

Veranschaulichung Räumliche Visualisierung
Objekte sind in verschiedenen Bildern (z.B. Schrägansicht und Netz) dargestellt. Welche stellen das richtige Objekt dar?

Räumliche Beziehungen
Teile eines Objektes sollen zu einem Ganzen zusammengesetzt werden, z.B. Lückentafeln, Schrägfiguren finden.

Mentale Rotation
Objekte werden mental dargestellt und sollen wiedererkannt oder ergänzt werden.

Räumliche Orientierung
Plan beobachtet System und soll dazu Fragen zur Anordnung beantworten, Standort der Bausteine nach anderen, den Aufnahmestandpunkt vom Foto finden.

Literatur

ARGE Didaktische Innovation für Geometrie

Raumvorstellung als Intelligenzfaktor

z.B. Intelligenzmodell nach Louis THURSTONE, 1930er

Sieben Primärfaktoren

Zahlenrechnen (numbers)

Sprachverständnis (verbal comprehension)

Raumvorstellung (space)

Gedächtnis

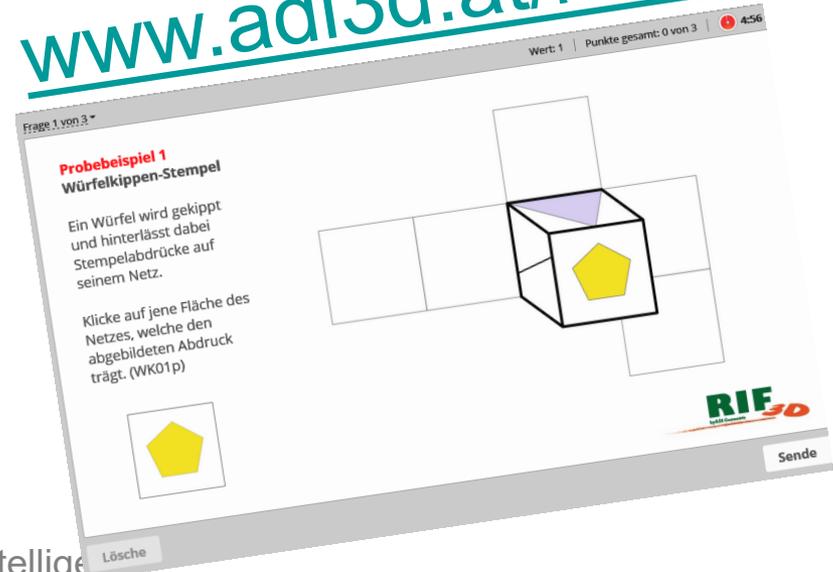
Schlussfolg

Wortflüssigk

Auffassungs

Beispiel für eine Testung

www.adi3d.at/rif3d/



Konstruieren in anschaulichen Parallelrissen

Lernumgebung „Würfel“

„Lernumgebung“

... natürliche Erweiterung
einer Aufgabe

→ Ermöglicht eine Reihe
von mathematischen
Aktivitäten zum
Erreichen zentraler
Ziele des Unterrichts.

Lernumgebungen ...

... präsentieren zentrale Ziele, Inhalte,
Prinzipien des MU.

... bieten reiche Möglichkeiten für math.
Aktivitäten von S&S.

... sind leicht an spezielle Gegebenheiten
einer bestimmten Klasse anzupassen.

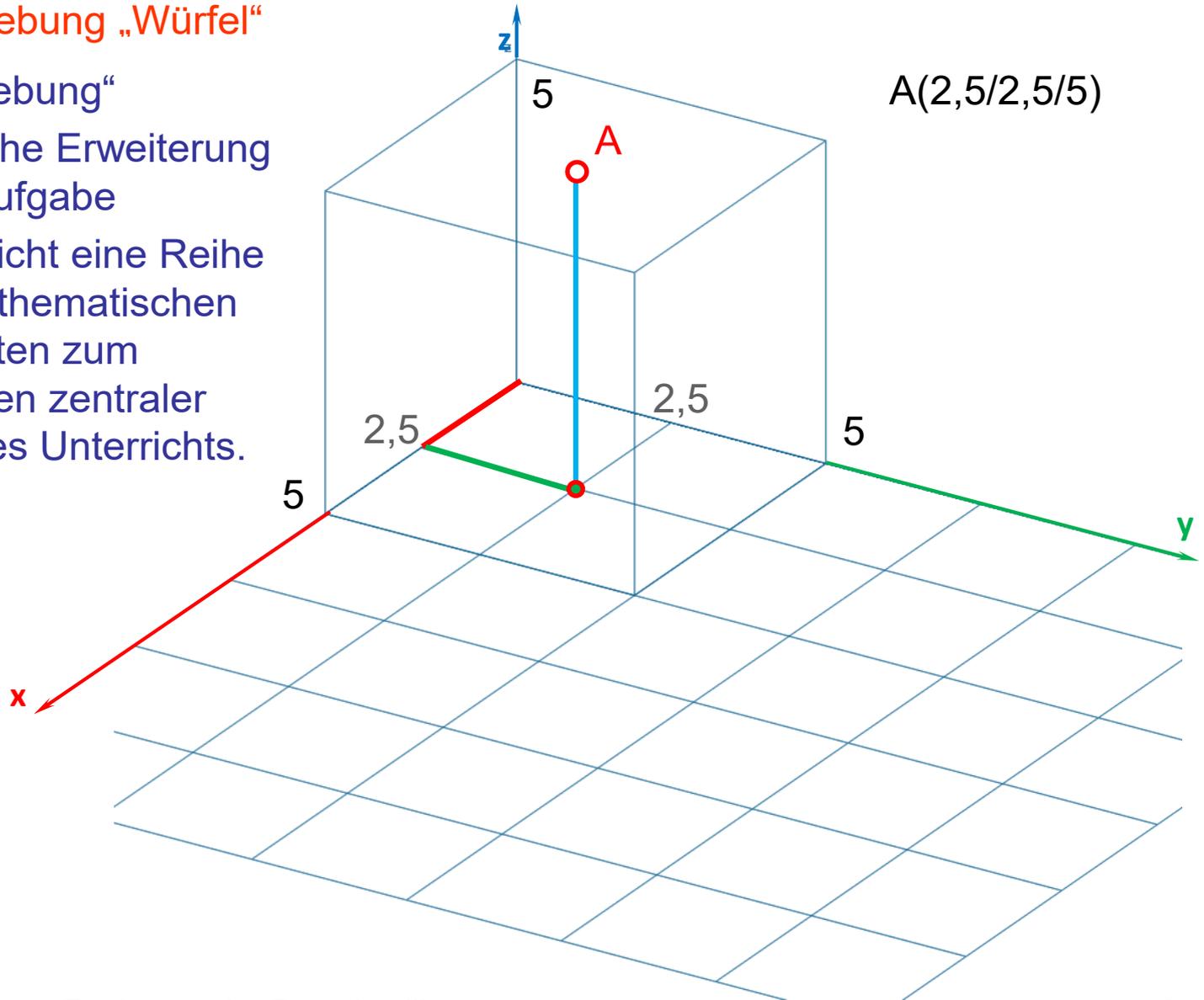
Konstruieren in anschaulichen Parallelrissen

Lernumgebung „Würfel“

„Lernumgebung“

... natürliche Erweiterung
einer Aufgabe

→ Ermöglicht eine Reihe
von mathematischen
Aktivitäten zum
Erreichen zentraler
Ziele des Unterrichts.

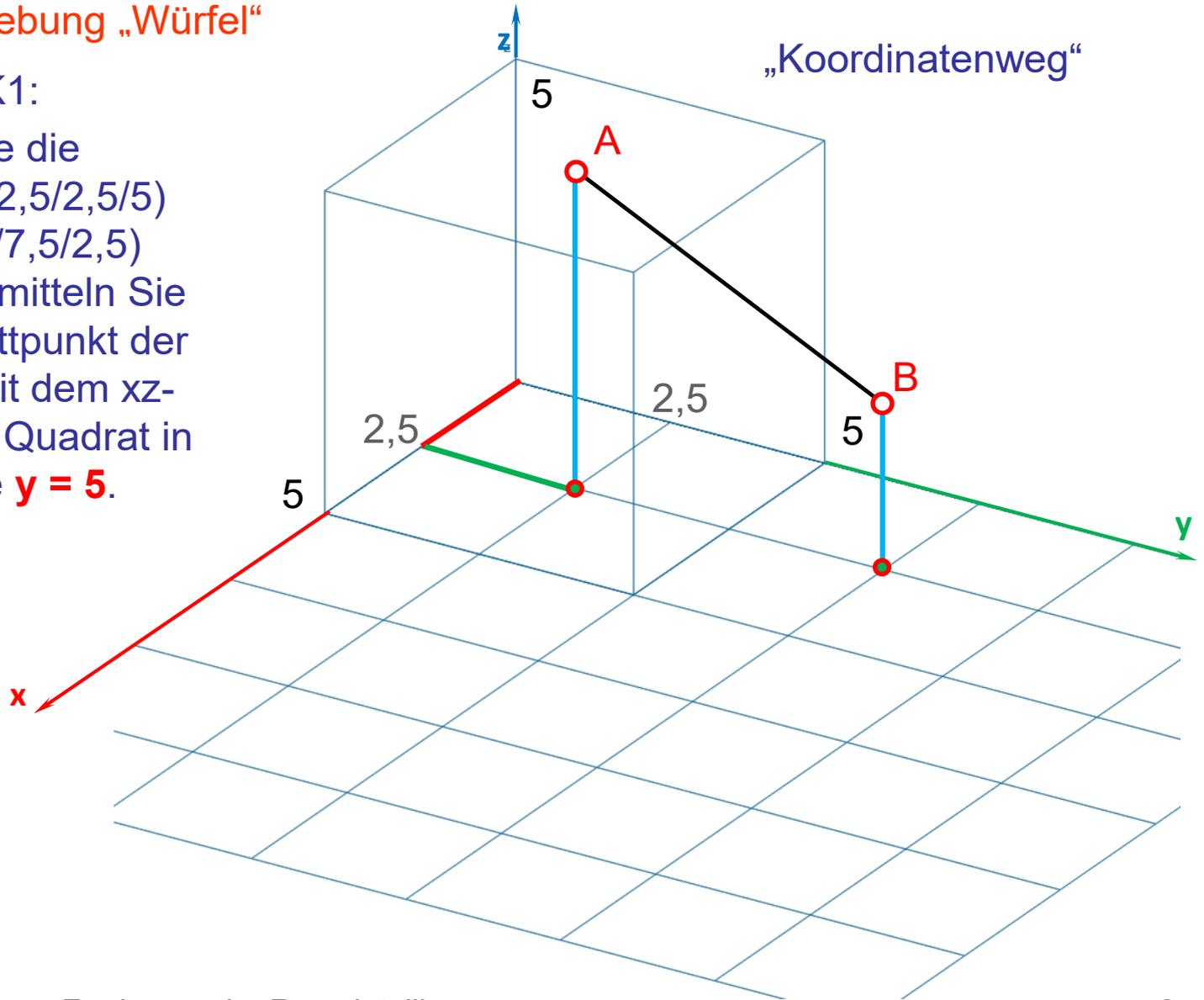


Konstruieren in anschaulichen Parallelrissen

Lernumgebung „Würfel“

Aufgabe K1:

Tragen Sie die Punkte $A(2,5/2,5/5)$ und $B(2,5/7,5/2,5)$ ein und ermitteln Sie den Schnittpunkt der Strecke mit dem xz-parallelen Quadrat in der Ebene $y = 5$.

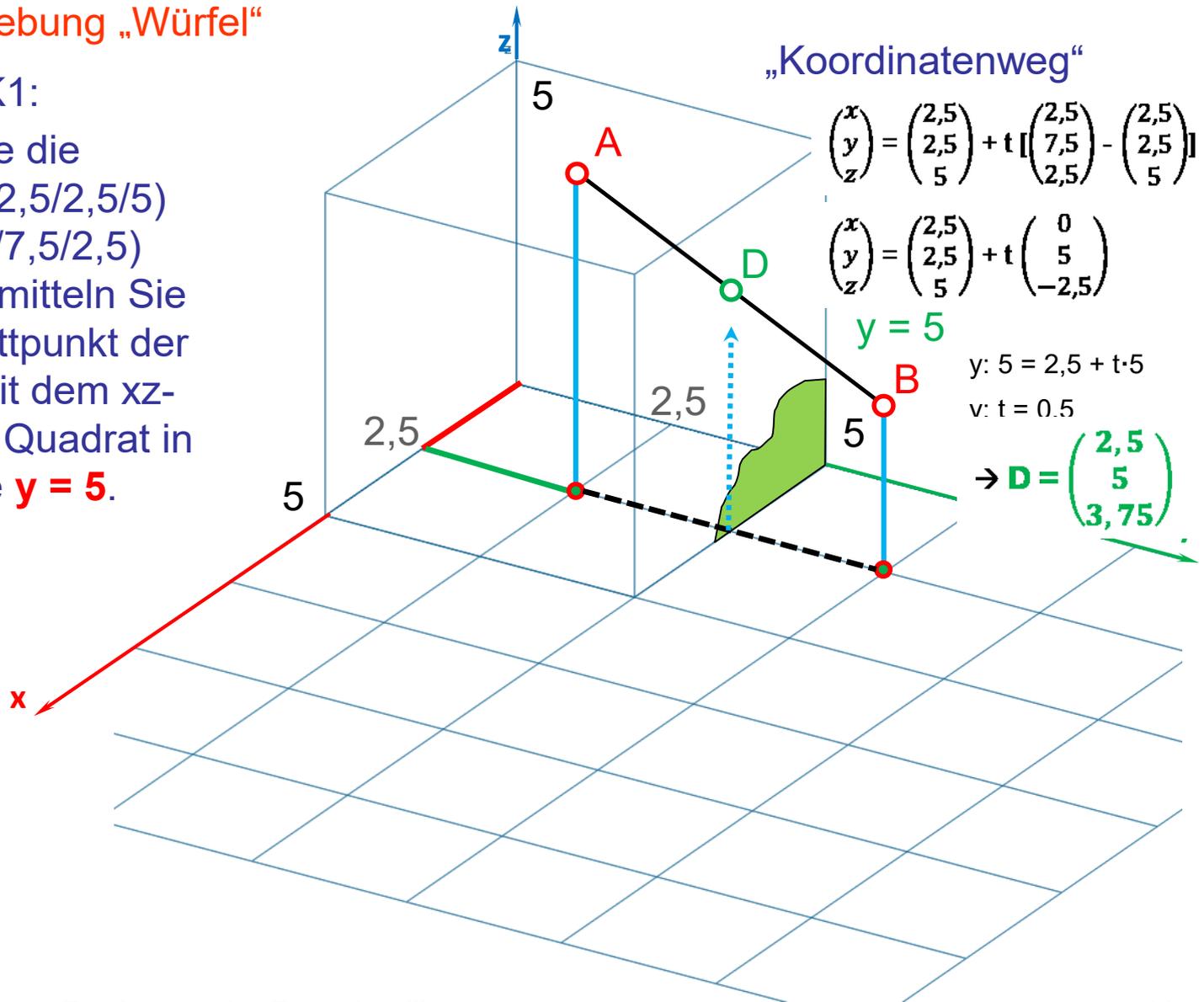


Konstruieren in anschaulichen Parallelrissen

Lernumgebung „Würfel“

Aufgabe K1:

Tragen Sie die Punkte $A(2,5/2,5/5)$ und $B(2,5/7,5/2,5)$ ein und ermitteln Sie den Schnittpunkt der Strecke mit dem xz-parallelen Quadrat in der Ebene $y = 5$.



Konstruieren in anschaulichen Parallelrissen

Lernumgebung „Würfel“

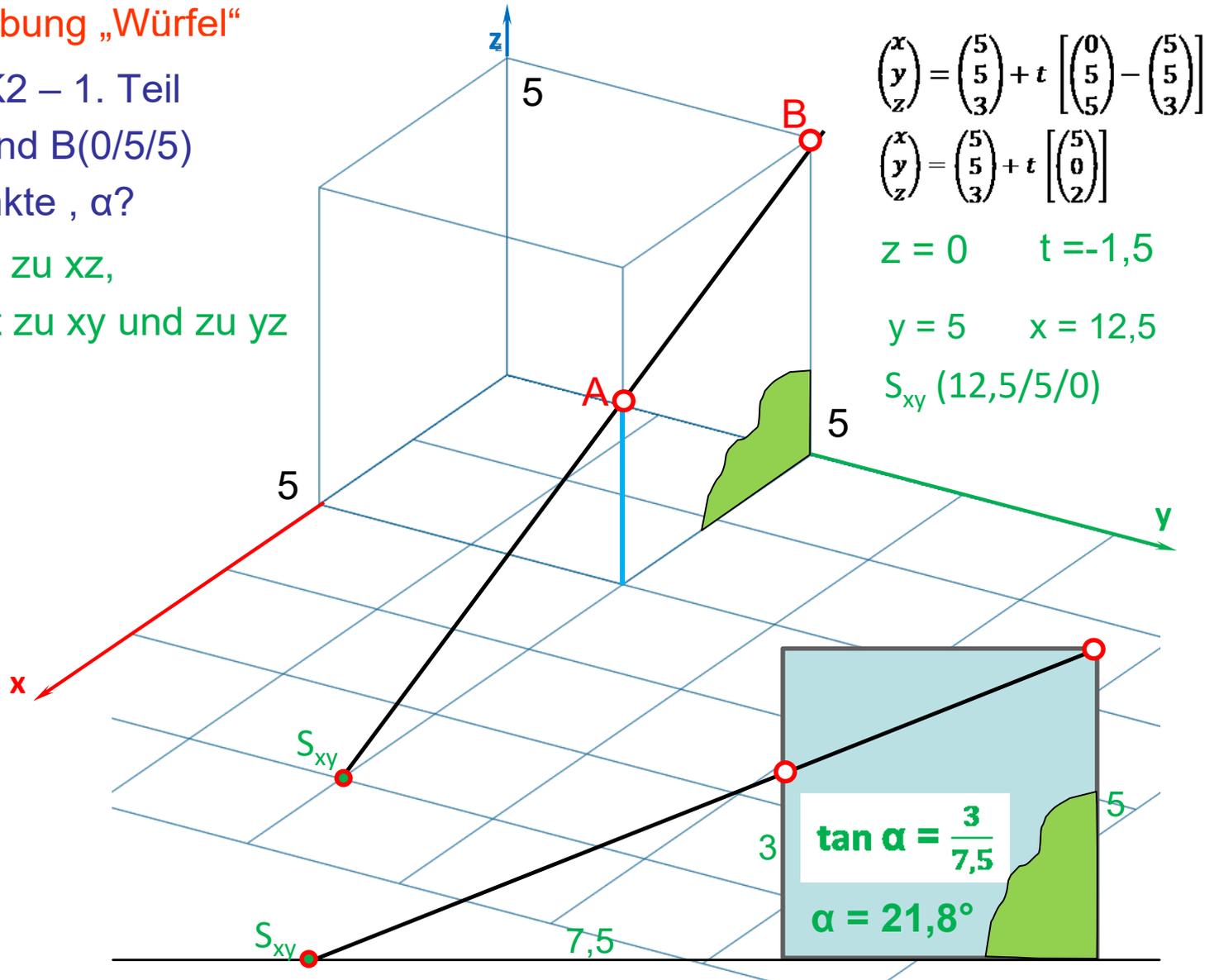
Aufgabe K2 – 1. Teil

A(5/5/3) und B(0/5/5)

Spurpunkte , α ?

... parallel zu xz,

... geneigt zu xy und zu yz



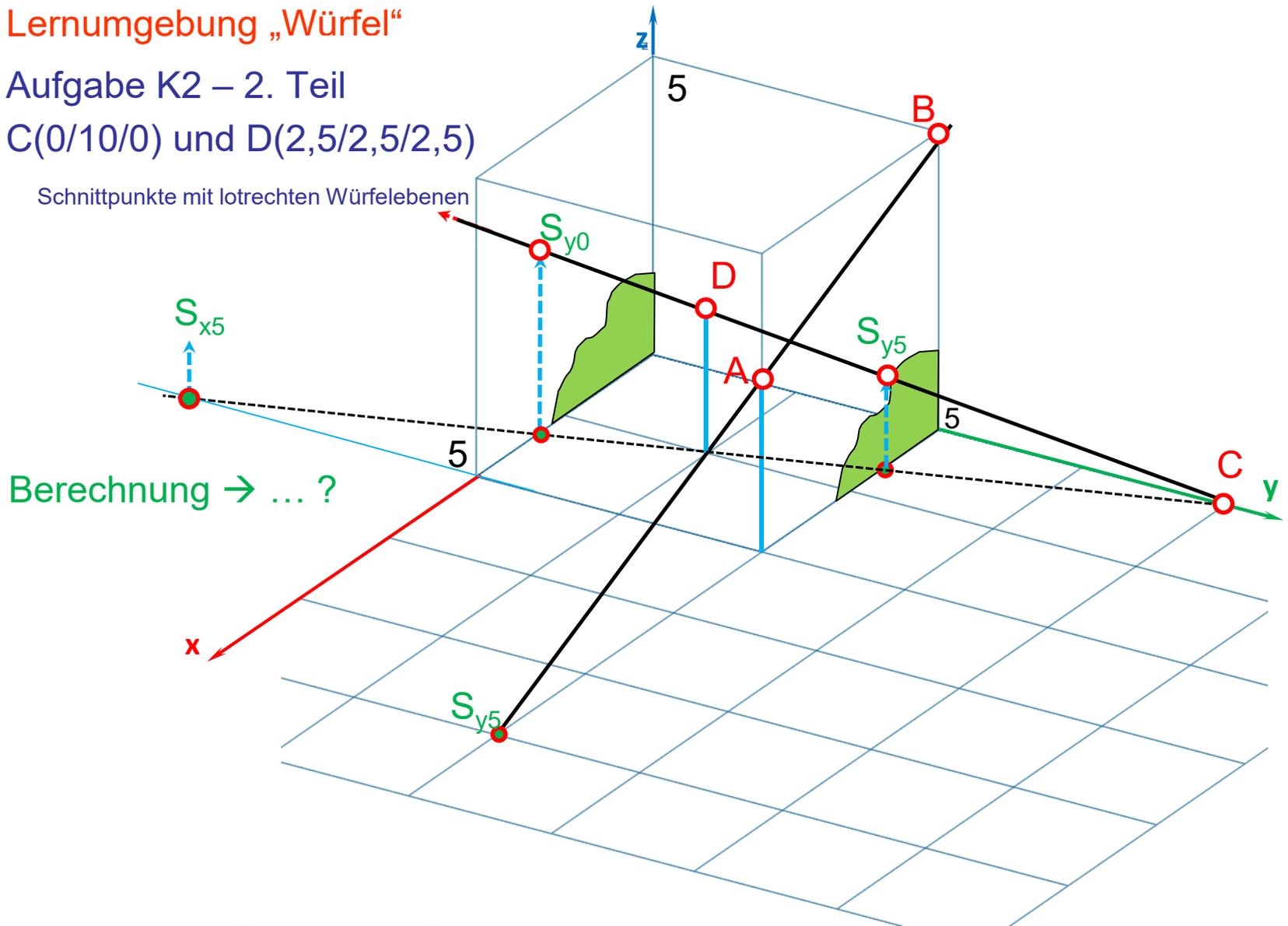
Konstruieren in anschaulichen Parallelrissen

Lernumgebung „Würfel“

Aufgabe K2 – 2. Teil

$C(0/10/0)$ und $D(2,5/2,5/2,5)$

Schnittpunkte mit lotrechten Würfebenen



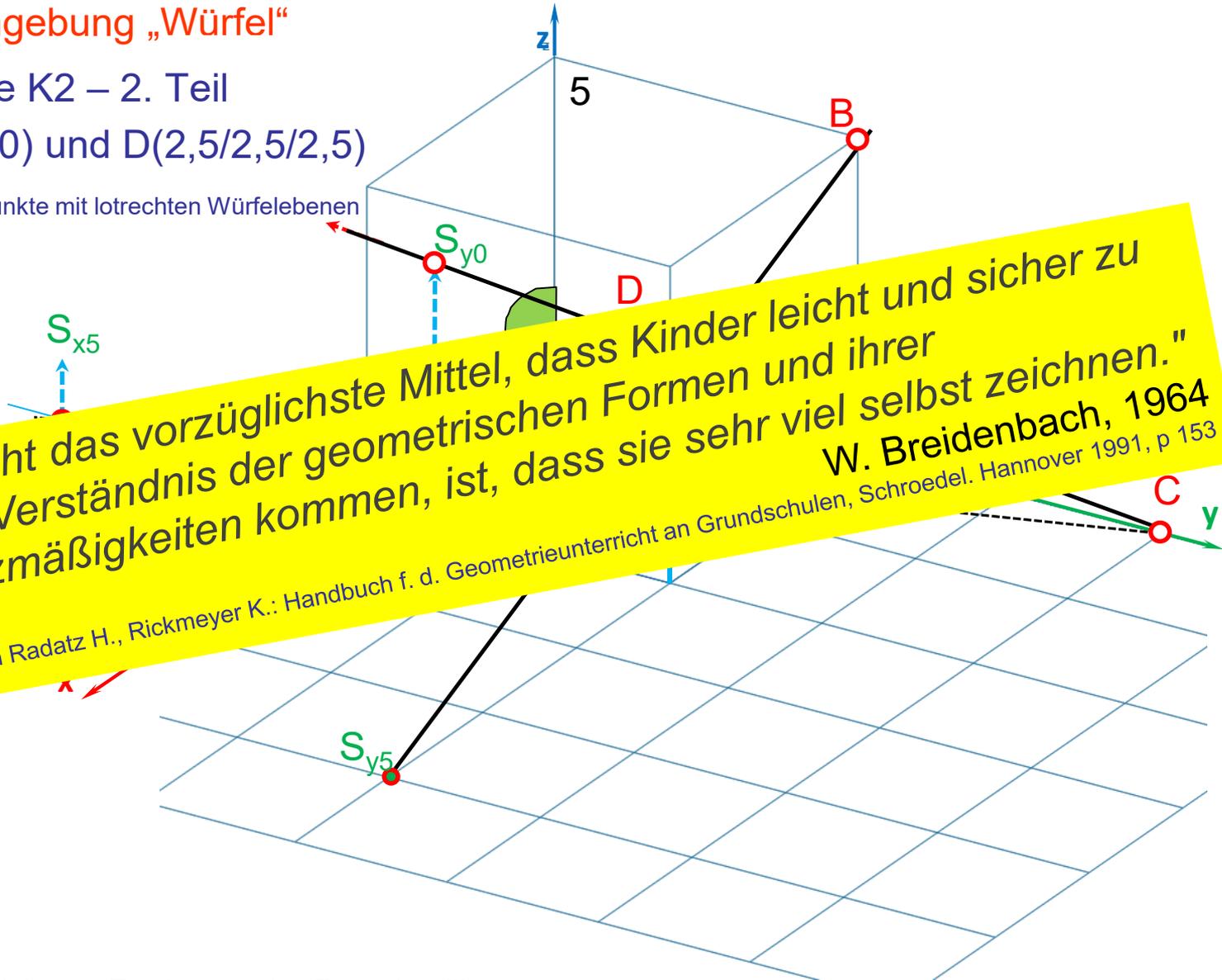
Konstruieren in anschaulichen Parallelrissen

Lernumgebung „Würfel“

Aufgabe K2 – 2. Teil

$C(0/10/0)$ und $D(2,5/2,5/2,5)$

Schnittpunkte mit lotrechten Würfebenen



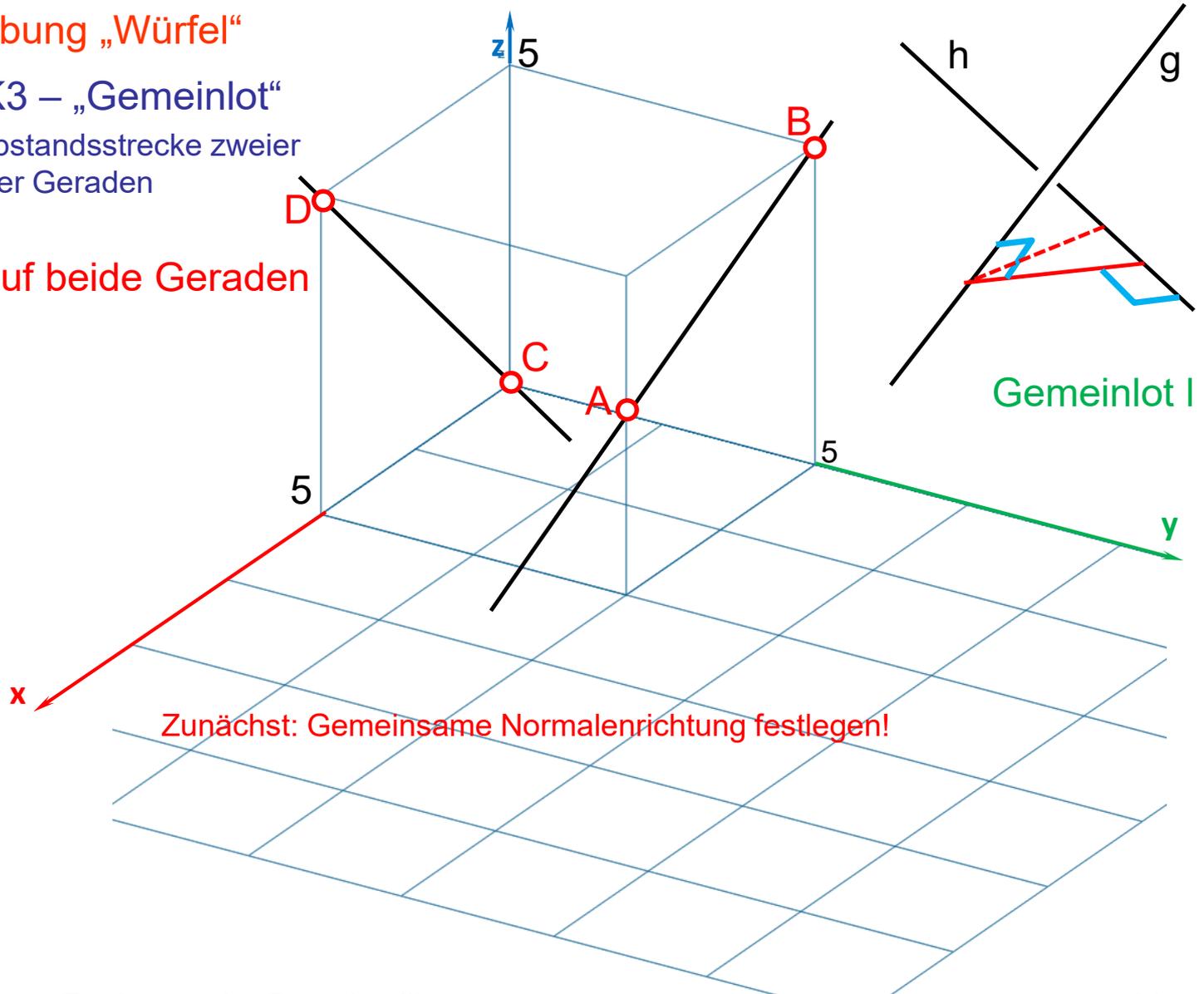
Konstruieren in anschaulichen Parallelrissen

Lernumgebung „Würfel“

Aufgabe K3 – „Gemeinlot“

= kürzeste Abstandsstrecke zweier windschiefer Geraden

= normal auf beide Geraden



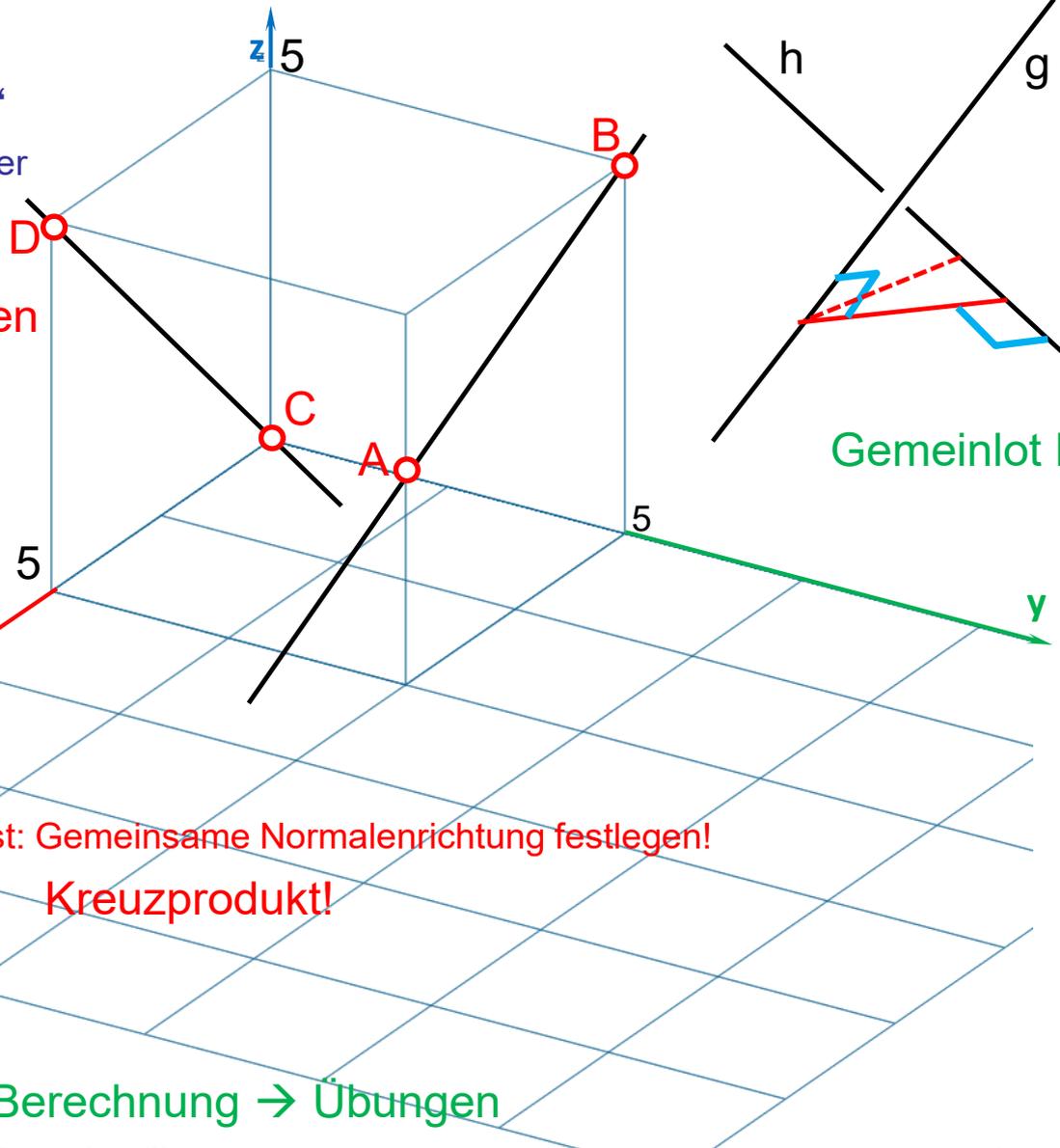
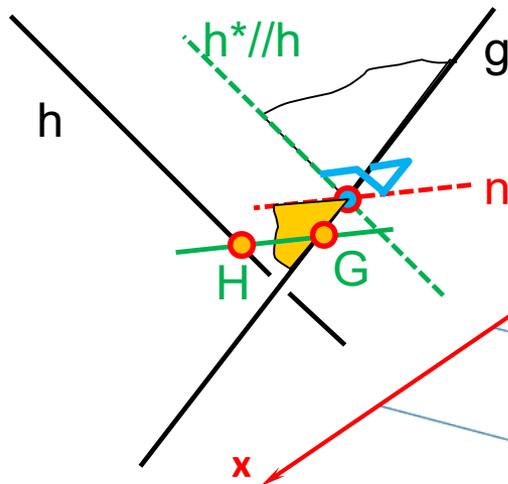
Konstruieren in anschaulichen Parallelrissen

Lernumgebung „Würfel“

Aufgabe K3 – „Gemeinlot“

= kürzeste Abstandsstrecke zweier windschiefer Geraden

= normal auf beide Geraden



- Zunächst: Gemeinsame Normalenrichtung festlegen!
Kreuzprodukt!
1. h^*/h durch Punkt von g
 2. Normale n auf (gh^*)
 3. (ng) schneiden $h \rightarrow H$
 4. I durch $H \rightarrow G$ auf g

Berechnung \rightarrow Übungen

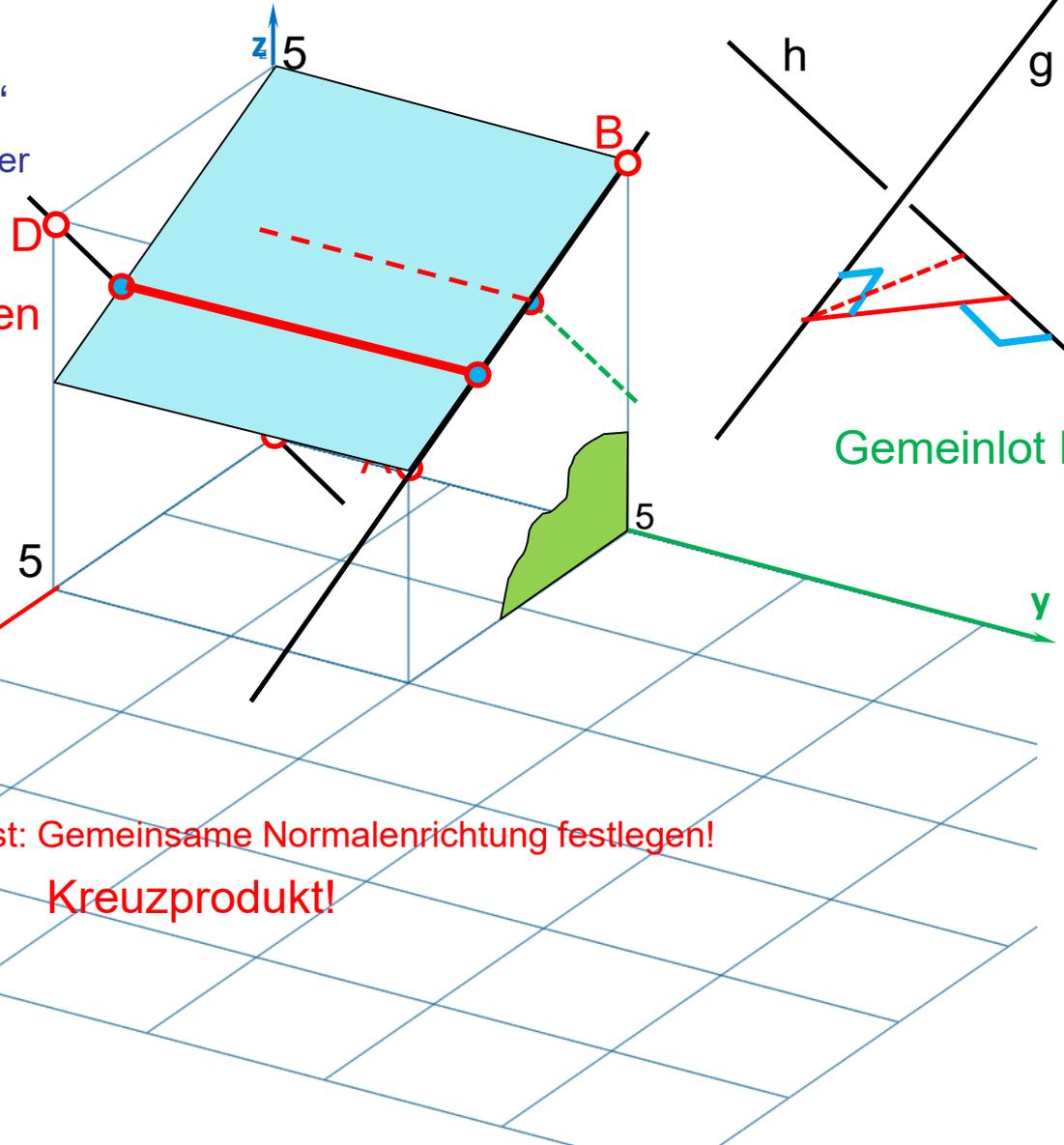
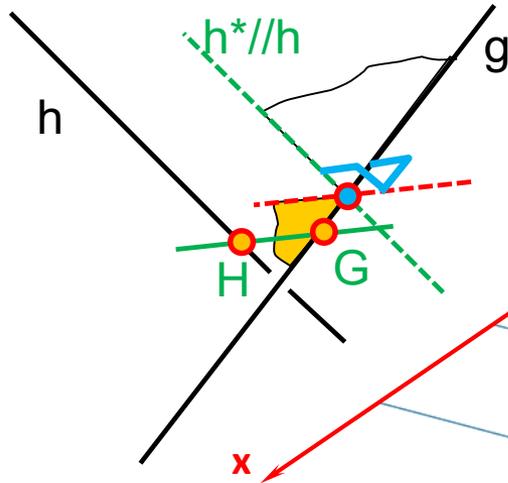
Konstruieren in anschaulichen Parallelrissen

Lernumgebung „Würfel“

Aufgabe K3 – „Gemeinlot“

= kürzeste Abstandsstrecke zweier windschiefer Geraden

= normal auf beide Geraden



Gemeinlot I

Zunächst: Gemeinsame Normalenrichtung festlegen!

Kreuzprodukt!

1. h^*/h durch Punkt von g
2. Normale n auf (gh^*)
3. (ng) schneiden $h \rightarrow H$
4. I durch $H \rightarrow G$ auf g

Konstruktive Raumgeometrie

Teil 2

Ein Blick auf die traditionellen Lagen- und Maßaufgaben
eingebettet in die Lernumgebung Würfel

Dr. Thomas Müller, 2019

„Aber das Bild allein macht noch nicht die Geometrie aus,
sondern erst die Verknüpfung des Bildes mit logischen
Schlussweisen, so dass das Bild letztlich nur als Inspiration
fungiert sowie als Kontrolle für unsere Überlegungen.“

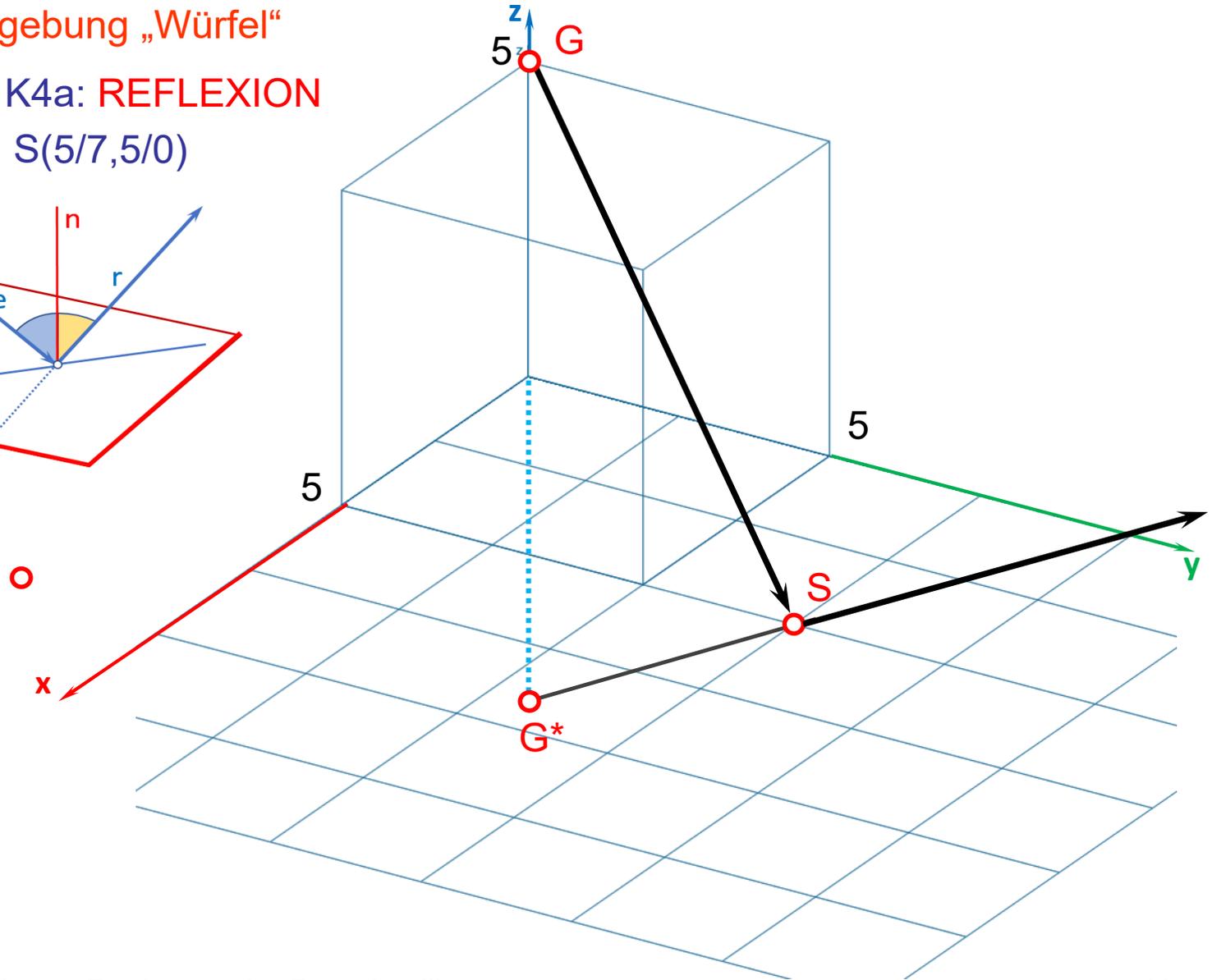
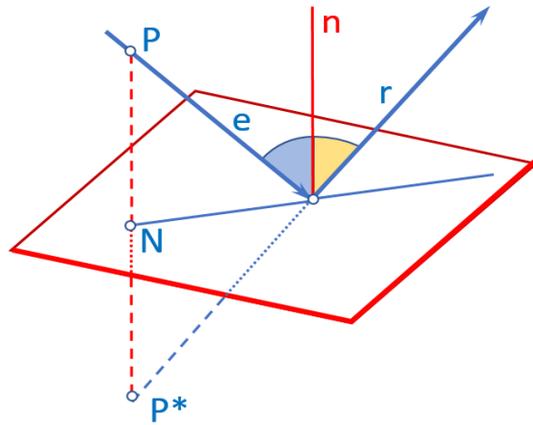
www.oemg.ac.at/DK/Didaktikhefte/2014 Band 47/VortragStachel.pdf
H. Stachel, 2014

Konstruieren in anschaulichen Parallelrissen

Lernumgebung „Würfel“

Aufgabe K4a: REFLEXION

$G(0/0/5)$, $S(5/7,5/0)$

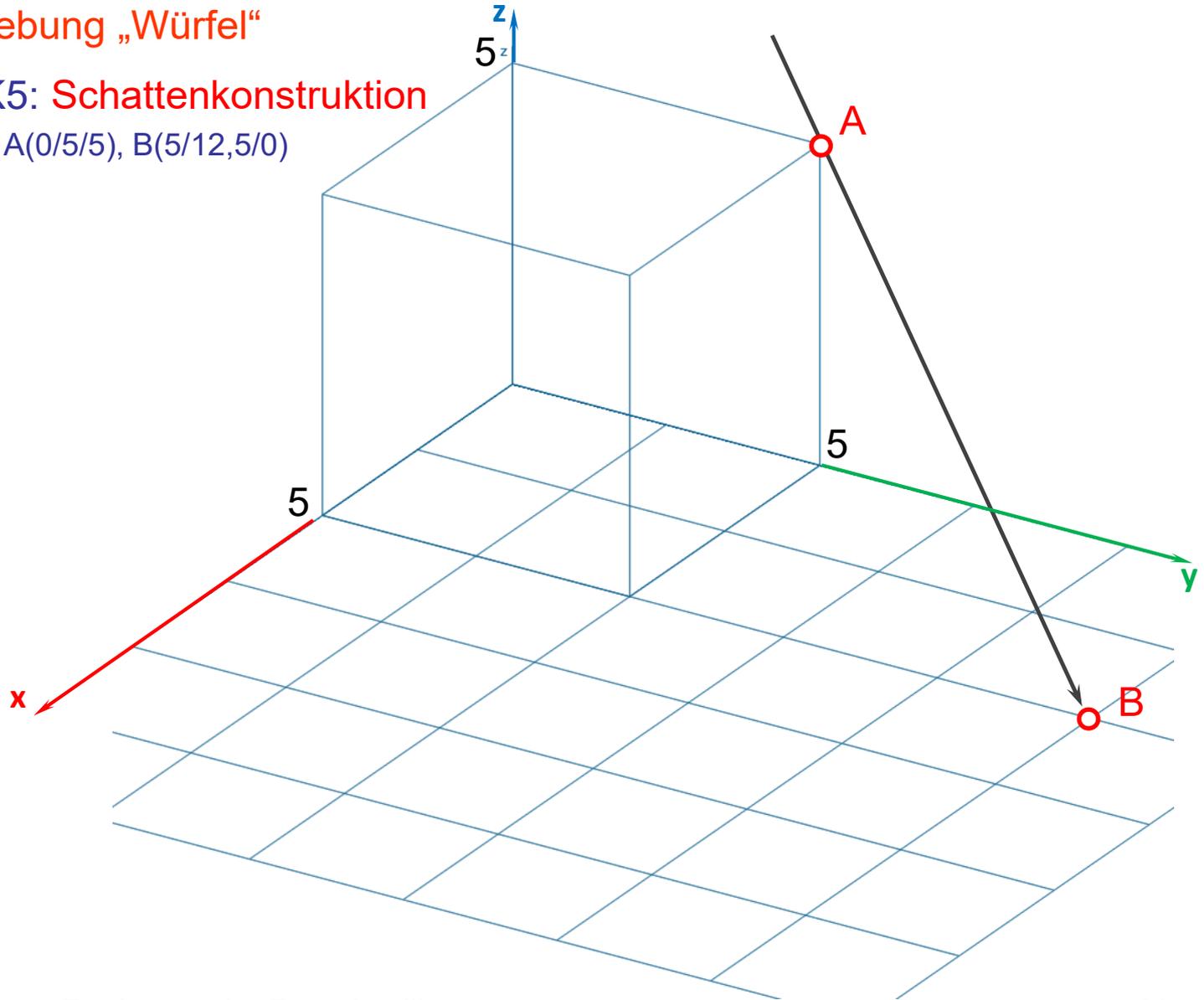


Konstruieren in anschaulichen Parallelrissen

Lernumgebung „Würfel“

Aufgabe K5: Schattenkonstruktion

Lichtrichtung $A(0/5/5)$, $B(5/12,5/0)$

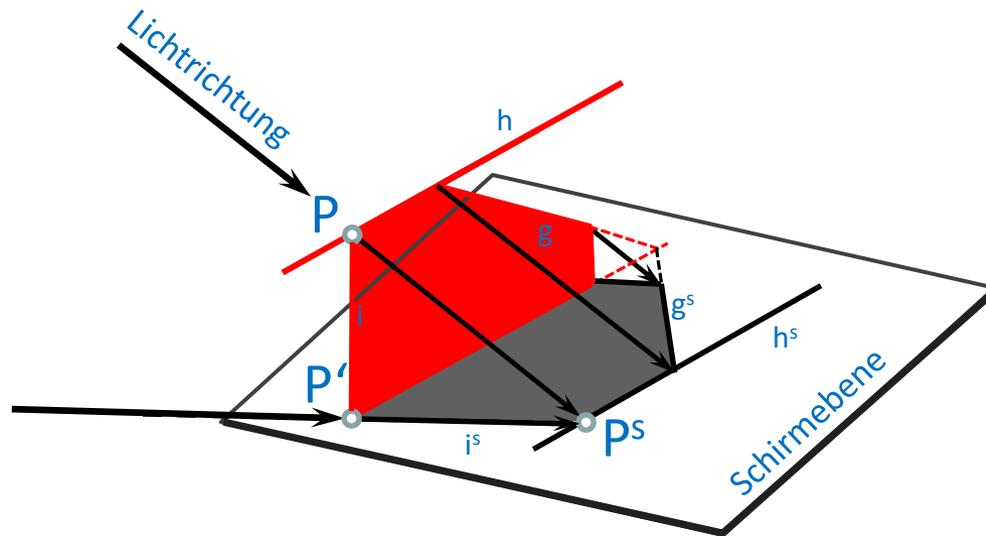


Konstruieren in anschaulichen Parallelrissen

Lernumgebung „Würfel“

Aufgabe K5: Schattenkonstruktion

Lichttr SR 1: Ist eine Kante h parallel zur Schirmebene, so ist ihr Schatten h^s parallel zu h .



SR 2: Ist eine Kante g nicht parallel zur Schirmebene, so geht ihr (verlängerter) Schatten g^s durch den Spurpunkt von g .

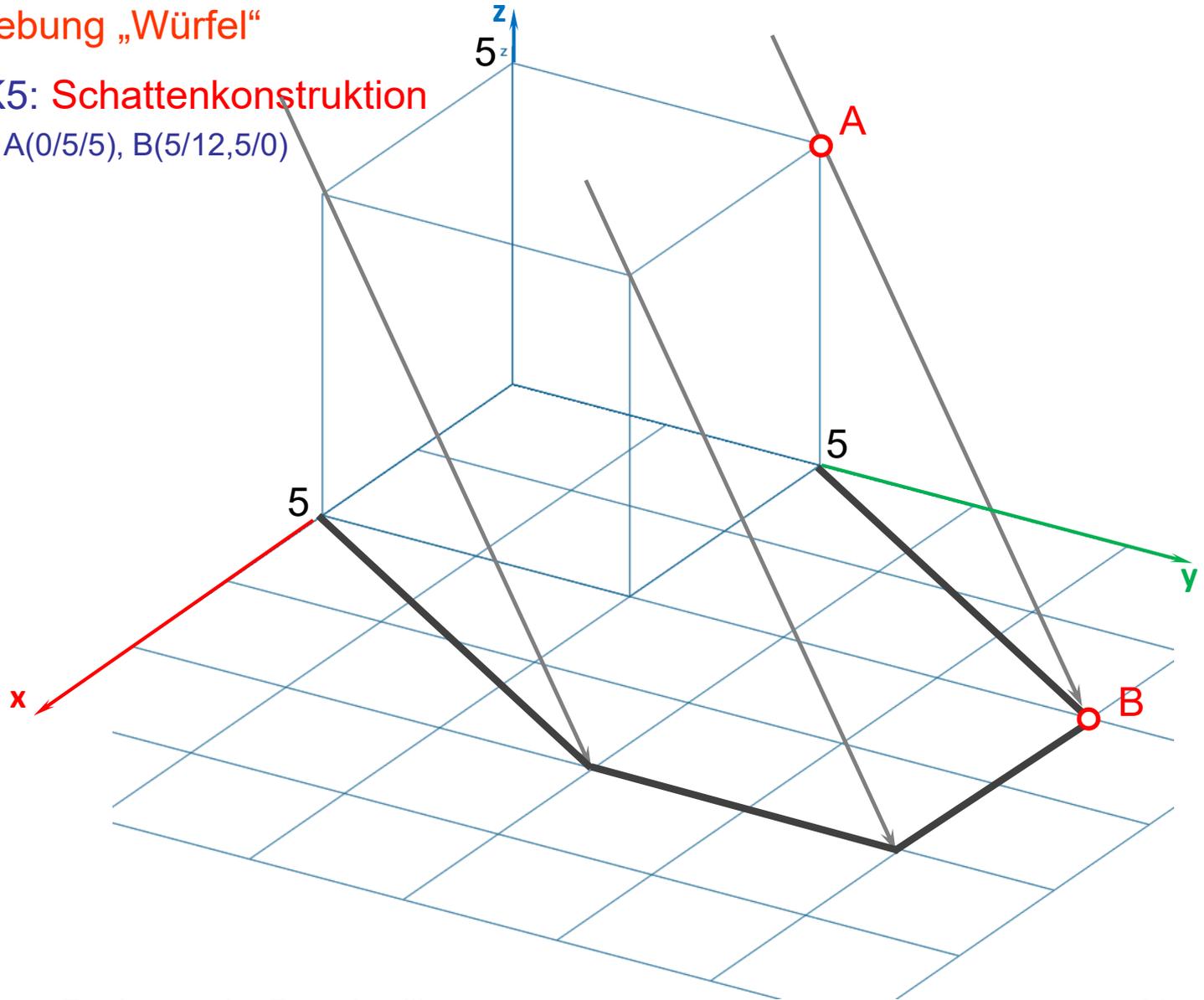
SR 3: Ist eine Kante i normal zur Schirmebene, so ist ihr Schatten i^s parallel zur Normalprojektion der Lichttrichtung auf die Schirmebene.

Konstruieren in anschaulichen Parallelrissen

Lernumgebung „Würfel“

Aufgabe K5: Schattenkonstruktion

Lichtrichtung $A(0/5/5)$, $B(5/12,5/0)$



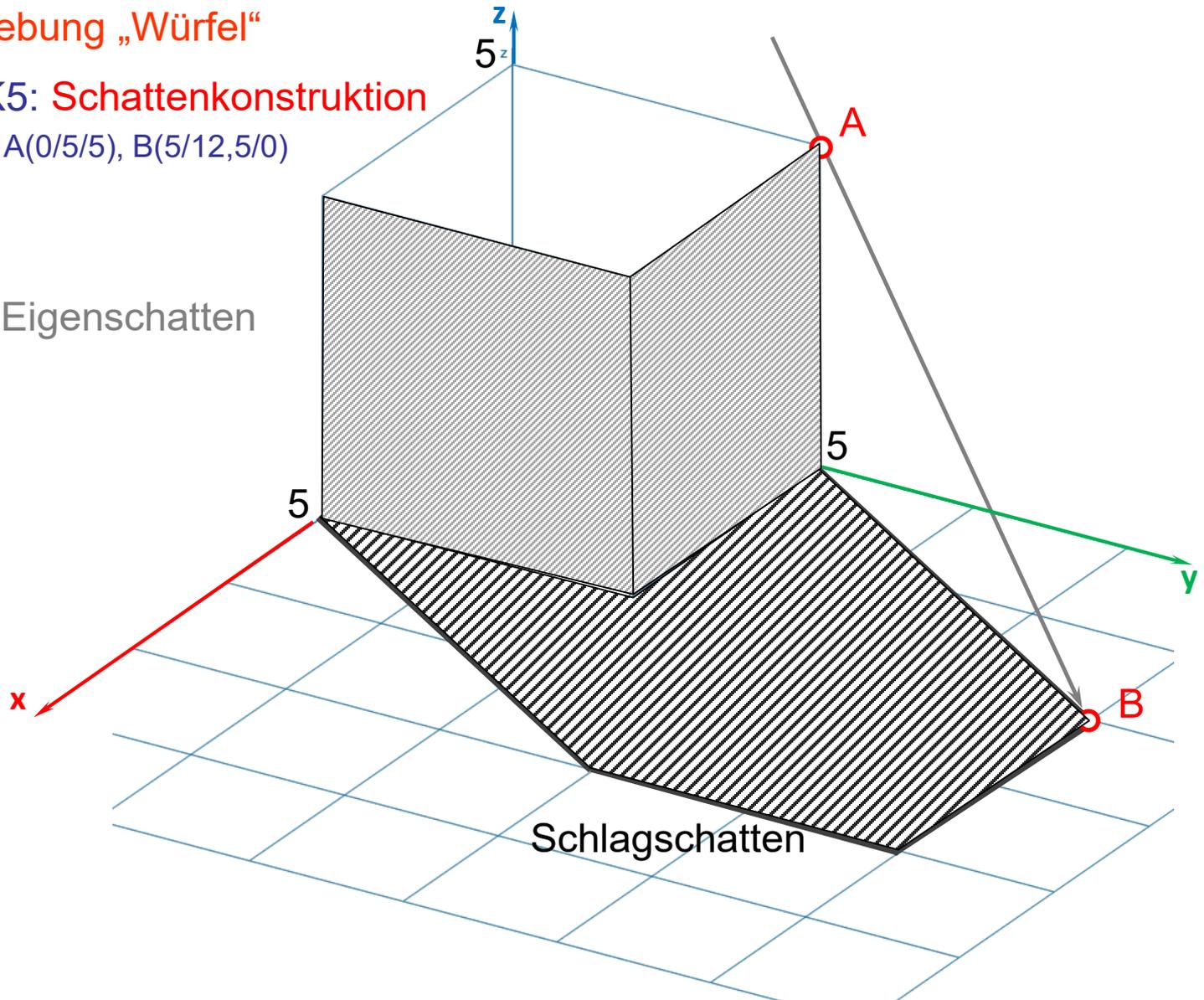
Konstruieren in anschaulichen Parallelrissen

Lernumgebung „Würfel“

Aufgabe K5: Schattenkonstruktion

Lichtrichtung $A(0/5/5)$, $B(5/12,5/0)$

Eigenschatten

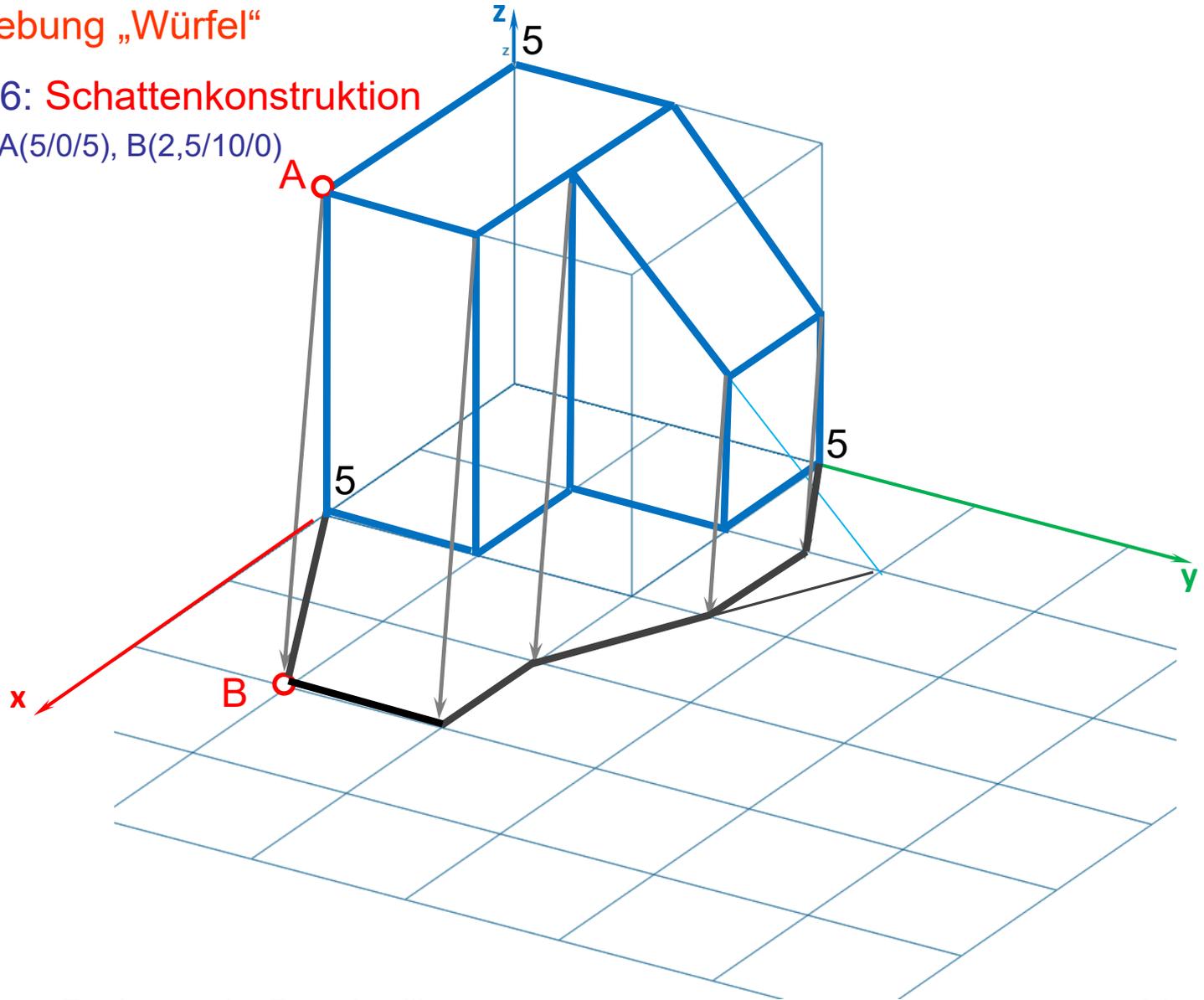


Konstruieren in anschaulichen Parallelrissen

Lernumgebung „Würfel“

Aufgabe K6: Schattenkonstruktion

Lichtrichtung $A(5/0/5)$, $B(2,5/10/0)$



Konstruieren in anschaulichen Parallelrissen

Lernumgebung „Würfel“

Aufgabe K6: Schattenkonstruktion

Lichtrichtung $A(5/0/5)$, $B(2,5/10/0)$

